## آموز ش نرمافز ار برتینی امیرحسین صادقیمنش ۳ شهریور ۱۳۹۸

## چکیدہ

این یک دورهٔ کوتاه برای افرادی است که میخواهند کار با نرمافزار برتینی را فرا بگیرند. برتینی یک نرمافزار رایگان است که برای حل عددی دستگاههای چندجملهای طراحی شدهاند. معمولا هندسهٔ جبریکارهای عددی و کاربردی از این نرمافزار استفاده میکنند که قصد حلکردن یک دستگاه از برابریهای چندجملهای با کمک تعریف کردن یک هموتوپی بین دستگاه مورد نظر و یک دستگاه آسانحل را دارند. برای متوجه شدن ایدهٔ پشت الگوریتمهای این نرمافزار کافیست مفاهیم «دستگاه برابری چندجملهای»، «حل عددی یک برابری مثلا با روش اویلر»، «اعداد حقیقی و مختلط» را بدانید و با هندسهٔ جبری کمی آشنا باشید (مثلا مفهوم واریته، بعد واریته، تکینگی، ...).

## ۱ چگونه نرمافزار برتینی را نصب کنیم؟

مسلما نخستین چیزی که نیاز دارید خود نرمافزار است. پس ابتدا نحوهٔ نصب این نرمافزار را بهتان آموزش میدهیم. نرمافزار بصورت پیشفرض لینوکسدوست است ولی بر روی ویندوز نیز قابل اجرا است و از آنجا که خودم هنوز یک کاربر ویندوز هستم، متناسب با محیط ویندوز این نرمافزار را آموزش میدهم.

- به سایت bertini.nd.edu بروید.
  https://bertini.nd.edu
- بر روی Bertini download page کلیک کنید، یا از اول به آدرس زیر بروید. https://bertini.nd.edu/download.html
- متناسب با محیط سیستم عامل ر ایانه تان گزینهٔ مناسب بر ای دانلود ر ا انتخاب کنید. من از ویندوز ۴۴ بیت استفاده میکنم پس بر روی گزینهٔ زیر کلیک میکنم.

Click here to download Bertini 1.6 for 64 bit Windows Machines (using Cygwin) (zip format)

یک پوشهٔ فشرده (با پسوند rar ) پس از اتمام دانلود دارید.



 آن را از حالت فشرده خارج کنید. مثلا اگر از winrar (یا نرمافزار مشابه) استفاده میکنید، روی آن راستکلیک کرده و سپس Extract files را انتخاب کنید و آدرس مکانی که میخواهید این فایل فشرده در آنجا پیاده شود را بدهید. توجه کنید که اگر به جای Extract files گزینهٔ Extract here فررده را انتخاب کنید، آنگاه خودکار در همان پوشهای که فایل فشرده قرار دارد، پیادهشدن و از حالت فشرده خارج شدن رُخ خواهد داد. پس از پیاده کردن فایل فشرده میتوانید نسخه فشرده را پاک کنید چون عملا استفادهای ندارد و نتها فضای رایانه را اشغال میکند. مگر اینکه بخواهید فایل فشرده را به فرد دیگری بدهید یا بعدا برای نصب دوباره استفاهد کنید که در اینصورت بهتر است بر روی سیدی یا حافظهٔ جانبی و غیره نگهداریاش کنید و در صورت عدم نیاز به حضورش بر روی رایانهتان آن را نگه ندارید.

Name	Date modified	Туре	Size
examples	5/22/2018 5:02 PM	File folder	
LICENSES	5/22/2018 5:02 PM	File folder	
📧 bertini.exe	5/22/2018 5:02 PM	Application	6,763 KB
Bertini_License	5/22/2018 5:02 PM	File	7 KB
BertiniUsersManual.pdf	5/22/2018 5:02 PM	Adobe Acrobat D	1,161 KB
README	5/22/2018 5:02 PM	File	3 KB

- تصویر بالا تصویر محتوای داخل پوشهٔ پپادمشدهٔ فابل فشرده برای من است. قرار است که نسخهٔ مستقل برتینی برای ویندوز نیز توسط سازندگان نرمافزار ارائه شود ولی تا به امروز که این در س را قرار میدهیم این کار صورت نگرفته است و شما باید چند فابل III را خودتان دانلود و در داخل پوشهٔ پپادمشده اضافه کنید. آخرین نسخه در این زمان نسخهٔ ۶.۱ است که در ۲۲ می ۲۰۱۸ (۱ خرداد (۱۳۹۷) را نه شدهاست. پس کاربران ویندوز نیاز دارند مرحلهٔ زیر را نیز انجام دهند.
  - فایلهای زیر را دانلود و در پوشهٔ بالا قرار دهید.

cygwin1.dll cyggmp-3.dll cyggcc\_s-1.dll cygmpfr-4.dll cyggmp-10.dll cyggcc\_s-seh-1.dll

Name	Date modified	Туре	Size
examples	5/22/2018 5:02 PM	File folder	
LICENSES	5/22/2018 5:02 PM	File folder	
📧 bertini.exe	5/22/2018 5:02 PM	Application	6,763 KB
Bertini_License	5/22/2018 5:02 PM	File	7 KB
🔊 BertiniUsersManual.pdf	5/22/2018 5:02 PM	Adobe Acrobat D	1,161 KB
syggcc_s-1.dll	12/8/2016 2:45 PM	Application extens	80 KB
syggcc_s-seh-1.dll	8/16/2019 7:41 PM	Application extens	70 KB
🗟 cyggmp-3.dll	8/16/2019 5:37 PM	Application extens	315 KB
🗟 cyggmp-10.dll	8/16/2019 7:57 PM	Application extens	528 KB
🗟 cygmpfr-4.dll	8/16/2019 6:18 PM	Application extens	346 KB
Sygwin1.dll	12/5/2016 2:57 PM	Application extens	3,183 KB

 برای دانلود این دی ال ال ها مراقب باشید که سایت های حملهٔ اینتر نتی و یا هکر یا ویروس زا از حقه های بدی استفاده میکنند. یک نمونه از این سایت ها از این ایده استفاده کر ده است که یک قالب شبیه سایت های پر سش و پاسخ بر داشته اند. تظاهر کر ده اند که یک فر د پر سیده است فایل را نیاز دارم، لطفا پیوند (لینک) دانلودش را بدهید. سپس یک نفر پاسخ داده است که فلان جا دیروز دانلود کردم خیلی خوب بود، فقط نیاز دارد که ثبت نام کنید بعد چند دیدگاه مثبت نیز در زیر پاسخ گذاشته اند که بعه چه خوب بود ما هم ثبت نام کردیم و فایل را گرفتیم، دستت در دنکند و غیره. یک سری امتیاز هم گرفتند! ولی حقه هست. یک قالب هست که فقط اسم فایل را تغییر خودکار به چیزی که در گوگل جستجو کرده اید تغییر می دهد. حتی امتیاز کنار پرسش و پاسخ هم تغییر نمیکند یا نام کاربری یا دیدگاه ها! باشید که مورد حملهٔ اینترنتی برای ویروس و هک و غیره یا دزدی اصلاعاتتان قرار نگیرید. در زیر دو تصویر از یک مثال از این سایتها را برایتان گذاشتهام. به هیج وجه به چنین سایتهایی اعتماد نکنید.

← → C ① questions2us.tk/?q=Cygwin+cygmpfr+4.dll8tt=Download2EN		x 0 4
Question?Answer Q&A		
Cygwin cygmpfr 4.dll	٩	
A +37  wither Mar 20 in ty sareth  Work  Help me please find Cygwin cygmpfr 4.dll	Welcome to the Q&A site for Question2Answer. If you have a question about Q2A,	
e asser e connect	please <u>ask in English</u> . To report a bug, please create a new issue on Github or ask a question here with the <mark>bug</mark> tag.	
2 Answers	If you just want to try Q2A, please use the <u>demo_site</u> .	
A +49 answered Mar 31 by ProThoophs  vote	All categories	
Look here: Cygwin cygmpfr 4.dll I downloaded yesterday, it workedt Only you need to register	Q2A Core      (6,945)        Movies      (5,543)        Games      (4,897)	
Download Mirror 2:	Soft (3,815) Drivers (3,101)	
Question?Answer Q&A × E = C C + C + C + C + C + C + C + C + C +		я <b>(</b>
Find libnfc dll free download	c	
+ +37 vides Help me please find liberte dll I	All categories	5
347 views download for	Manual (10,94 Movies (5,54	5) 3)
Comment	Games (4,89 Soft (3,81	n 5
2 Answers	Drivers      (3,10)        Sofware      (50,74)        Graphics      (20,58)	5
+49  vote  Look here: <u>libric dil</u> I downloaded yesterday, if worked!  Only you need to register	Graphics (200	
Download Mirror 2:		

احتمالا فایلهای مورد نظر را بر روی سروری قرار دهیم و لینک دانلودش را در اینجا بگذاریم ولی تا قبل از آن اگر نتوانستید آنها را خودتان بیابید، پیام دهید تا پیوند دانلودشان را برایتان بفرستم.

(امروز من خودم از پیوندهای زیر این دیالالها را دانلود کردم، البته توجه کنید که وابسته به ۳۲ یا ۶۴ بیت بودن ویندوزتان ممکن است دیالال متفاوتی را نیاز داشته باشید. در هر صورت اگر به error یا مشکلی برخوردید میتوانید مشکلتان را برایم بفرستید.)

http://www.dlldownloader.com/cygwin1-dll/

 $\rm http://www.dll-found.com/cyggmp-3.dll\_download.html$ 

 $https://www.dll4free.com/cyggcc\_s-1.dll.html$ 

https://www.pconlife.com/viewfileinfo/cygmpfr-4-dll/

https://www.pconlife.com/viewfileinfo/cyggmp-10-dll/

https://www.pconlife.com/download/otherfile/64586/2d5a2266ef725fbc09a8bc3162d90df5/

https://www.pconlife.com/viewfileinfo/cyggcc-s-seh-1-dll/

https://www.pconlife.com/download/otherfile/121861/6feb9c658011947927d0b60e15de068c/

اکنون برای اجرای برنامه آماده هستید. برای اجرای برنامه باید فایلهای ورودیتان را در یک ویرایشگر متن مثلا Notepad یا Vim بنویسید و سپس در commond promt آن را بوسیلهٔ برتینی اجرا کنید. راه دیگر استفاده از Cygwin است که برنامههای لینوکس را در ویندوز میتواند اجرا کند ولی برای این کار باید آن را نصب کنید. مسلما حجم بیشتری از رایانهتان اشغال خواهد شد نسبت به اینکه از cml یا همان commond promt - موجود در ویندوزتان استفاده کنید. خودم از بین تجربهٔ استفاده از Cygwin و مسان cmd بیشتر خوشم آمد. یک؛ نیاز به نصب برنامهٔ جدیدی ندارید و پیش فرض روی رایانه موجود هست. دو؛ برای کار با Cygwin نیز دارید چند نکته را یا د بگیرید ولی برای استفاده از میت تنها دانستن چگونگی فراخوانی برتینی و سپس دادن فایل ورودی به آن کفایت میکند.

به هر حال من در اینجا کار با برتینی با کمک cmd را مد نظر قرار میدهم. برای فراخوانی برتینی در محیط cmd ابتدا cmd ویندوز را باز کنید. در ویندوز ۱۰ تنها روی آیکون ویندوز در زیر سمت چپ کلیک کنید و با صفحه کلید cmd را تایپ کرده و اینتر بزنید.



اکنون باید به cmd بگوئید که به آدرس پوشهای که محتوای برنامهٔ برتینی در آن قرار دارد برود. من پوشهام را در درایو E قرار دادم. همیشه بهتر است برنامهها و فایلهایتان را در درایوی غیر از درایوی که سیستمعاملتان بر آن نصب است ذخیره کنید مگر اینکه برنامه کاملا وابسته به بودن در در ایو سیستمعاملتان باشد. دلیل آن نیز روشن است، چون اگر درایوی که سیستمعاملتان در آن است پر شود رایانهتان کند خواهد شد. اگر میخواهید مسیری در غیر از درایو C (سیستمعاملتان) به cmd بدهید، ابتدا باید حرف درایو را به صورت کوچک و سپس دونقطه تایپ کنید و اینتر بزنید.



سپس آدرس پوشهای که برتینی در آن قرار دارد را بدون نوشتن نام درایو در ابتدایش را در مقابل cd و با یک فاصله تایپ کنید و اینتر بزنید. آدرس پوشهٔ من E:\BertiniWindows64\_v1-6 است پس تایپ میکنم cd BertiniWindows64\_v1-6.



چیزی که در خط پسین میبینید این است که cmd خودکار دستورات را در مکان آدرس پوشهٔ برتینیتان میخواهد اجرا و دنبال کند. پس ابتدای هر خط جدید آدرس پوشهتان ظاهر میشود. برای بیرون رفتن از این مکان و آدرس به روش مشابه در cmd میتوانید جابجا شوید. نوشتن cd سپس یک فاصله و آدرس برای جابجایی در یک در ایو و نوشتن حرف در ایو و دونقطه برای جابجایی بین در ایوها. ولی در اینجا برای کار با برتینی باید در پوشهٔ برتینی باشید.

اكنون نخستين و سادمترين مسأله را با برتينى حل كنيم. مثال ابتدايى و ساده خود راهنماى برتينى يا كتاب برتينى نوشته جوناتان هاوستين و همكار انش مثال سادهٔ حل كر دن بر ابرى (معادله) تك متغيرهٔ  $1 + x^2$  است. من در پوشهٔ برتينى ام يك پوشهٔ جديد به نام مثال سادهٔ حل كر دن بر ابرى (معادله) تك متغيرهٔ را با بر تينى ما من در پوشهٔ برتينى ما يك پوشهٔ جديد به نام MyBertiniFiles ايجاد و همهٔ مثال هاى اين دوره را در آنجا مى در پوشهٔ برتينى مى يك پوشهٔ جديد به نام MyBertiniFiles ايجاد و همهٔ مثال هاى اين دوره را در آنجا مى در پوشهٔ برتينى ما مى يوشهٔ جديد به نام MyBertiniFiles ايجاد و همهٔ مثال هاى اين دوره را در آنجا مى نول بوشهٔ برتينى مى يوشهٔ جديد به نام SupertiniFiles ايجاد و همهٔ مثال هاى اين دوره را در آنجا مى يوسه اين در سر حايى فايل تان را ايجاد كنيد، تنها مهم اين است كه آدرسش را بدانيد. براى ايجاد فايل نخستمان روى صفحه پوشه راستكليك كنيد و از wes گذينهٔ تعام مى اين است كه مى درس را در آن كيى پيست كند. در مورد اينكه اين متن چه چيزى را گر مىكند و توضيحاتش را در ايخاب را در آن كيى پيست كنيد. در مورد اينكه اين متن چه چيزى را گر مىكند و توضيحاتش را در سرهاى بعدى مىما در تين را در آن كيل بيست كند. در مورد اين كنه كنيده اين متن چه چيزى را گر مىكند و توضيحاتش را در سرهاى بعدى منه مى در سرهاى بعدى مى مى دين مى در مون يا كنيم دان درس مى در مى در مى در مى در سرهاى بعدى مى مى دو مى دول مى در مى در مى در مى دان در مى در در مى در در مى درم مى در مى در

New Text Document.txt - Notepad File Edit Format View Help function f; variable\_group x;  $f = x^2 - 1;$ END;

سپس آن را ذخیره و ببندید. بر روی فایلتان کلیک کنید (یا راستکلیک و rename را انتخاب کنید) توجه کنید که در مشخصات view پوشهتان (یا در کل file explorer ویندوزتان) گزینهٔ File name بیشفرض این فایل notepad تان باید پسوند txt داشته باشد ولی وقتی بر ایش نام جدید انتخاب میکنید آن را پیشفرض این فایل notepad تان باید پسوند txt داشته باشد ولی وقتی بر ایش نام جدید انتخاب میکنید آن را به tinput تغییر دهید. توجه کنید که هیچوقت زمانی که یک فایل با پسوند عجیب مانند timpu را باز میکنید و نمیخواهید فایلهای با این پسوند به طور خودکار با بر نامهٔ خاصی باز شود گزینهٔ Always use this را میکنید و نمیخواهید فایلهای با این پسوند به طور خودکار با بر نامهٔ خاصی باز شود گزینهٔ Always use this را محل بر گرداندن این اشتباه موجود است که بعدا به انتهای این در س به صورت پیوست میافز ایم. در انتخاب را محل بر گرداندن این اشتباه موجود است که بعدا به انتهای این درس به صورت پیوست میافز ایم. در انتخاب نام بر ای فایل تان نیز باید یک سری نکات را رعایت کنید که وابسته به اینکه در چه نرمافز اری قرار است ساتفاده شود این نکات و محدودیتها متفاوت هستند. نکاتی که در نامگذاری یک فایل برای اجرا در بر تینی باید رعایت شود را در انتهای این درس تحت عنوان پیوست خواهمآورد. من به این شکل نامگذاری کرده باید را بر

🛃 📙 🖛   MyBe	ertiniFil	es			
File Home	Share	View			
← → • ↑ 📙	> This	s PC > Local Disk (E:) > BertiniWindows	s64_v1-6 → MyBertiniFiles		
		Name	Date modified	Туре	Size
📌 Quick access	*	20190816-Example-1.input	8/16/2019 7:32 PM	INPUT File	1 KB
👆 Downloads	*				
🗎 Documents	*				
Pictures	*				
🔲 D. 41. 34/1. 4					

اکنون برای اجرای این فایل بوسیلهٔ برتینی دستور روبرو را تایپ کنید. اول بنویسید bertini سپس یک فاصله سپس آدرس محل قرارگیری فایل input ای که میخواهید اجرا شود سپس و سپس نام فایل به همراه نقطه input و در نهایت اینتر بزنید. برای من اینگونه میشود؛

Command Prompt	-	×
Microsoft Windows [Version 10.0.17763.678] (c) 2018 Microsoft Corporation. All rights reserved.	l	î
C:\Users\Amir>e:		
E:\>cd BertiniWindows64_v1-6		
E:\BertiniWindows64_v1-6>bertini E:\BertiniWindows64_v1-6\MyBertiniFiles\20190816-Example-1.input		

پس از زدن اینتر خروجی زیر را cmd نشانتان میدهد که چون طولانیتر از عرض صفحهٔ نمایشگر بود در دو قسمت screenshot گرفتهام و در زیر برایتان گذاشتهام.

Command Prompt	-	×
Microsoft Windows [Version 10.0.17763.678] (c) 2018 Microsoft Corporation. All rights reserved.		î
C:\Users\Amir>e:		
E:\>cd BertiniWindows64_v1-6		
E:\BertiniWindows64_v1-6>bertini E:\BertiniWindows64_v1-6\MyBertiniFiles\20190816-Example-1.input		
Bertini(TM) v1.6 (Nay 22, 2018)		
D.J. Bates, J.D. Hauenstein, A.J. Sommese, C.W. Wampler		
(using GMP v6.1.2, MPFR v3.1.4)		
NDTE: You have requested to use adaptive path tracking. Please make sure that you have setup the following tolerances appropriately: CoefFBound: 1.827932000000e+00, DegreeBound: 2.00000000000000000000 AMPSafetDyDist1: 1, AMPSafetVyDigtS2: 1, AMPSafetVyDist31, AMPS		
Tracking path 0 of 2		
Finite Solution Summary		
NOTE: nonsingular vs singular is based on condition number and identical endpoints		
Number of real solns   Number of non-real solns   Total		
Non-singular   2   0   2 Singular   0   0   0		
Total   2   0   2		
Finite Multiplicity Summary		
Multiplicity   Number of real solns   Number of non-real solns		
1 2 0		~

	r vs singular is bas	ed on condition number	and identical endp	ornes
	Number of real sol	ns   Number of non-re	al solns   To	tal
on-singular ingular		0   0		
otal				
Multiplicity	ity Summary   Number of real so	lns   Number of non-re	al solns	
ne following fi	les may be of intere	st to you:		
ain_data: aw_solutions: aw_data: eal_finite_solu inite_solutions onsingular_solu ingular_solutic	A human-reada A list of the Similar to th coordinates tions: A list of all tions: A list of all ns: A list of all	ble version of the solu solutions with the cor e previous, but with th along with more inform real finite solutions. finite solutions. nonsingular solutions. singular solutions.	utions - main outpu responding path nu ne points in Bertin nation about the so	t file. mbers. 1's honogeneous lutions.
aths Tracked: 2				
:\BertiniWindow	564 v1-6>			

این اجرای موفقیت آمیز برنامه است. همیشه خروجی های اجرای برنامه توسط برتینی در قالب چند فایل در پوشهای که برتینی قرار دارد ذخیره می شوند. اگر فایل جدیدی را اجرا کنید خروجی های آن نیز در همانجا ذخیره می شوند و چون نام خروجی ها فقط نوع خروجی هست و نه نامی که شما برای ورودی تعیین کردید، نام های یکسانی دارند. یعنی اینکه جایگزین خروجی اجرای قبلی تان می شوند! پس اگر فایل های خروجی را به داخل پوشه ای دیگر منتقل نکنید آنها را از دست خواهید داد. برای نمونه برای اجرای بالا در پوشهٔ برتینی من فایل های زیر اضافه شده اند.

Name	Date modified	Туре	Size
examples	5/22/2018 5:02 PM	File folder	
LICENSES	5/22/2018 5:02 PM	File folder	
MyBertiniFiles	8/16/2019 8:32 PM	File folder	
📧 bertini.exe	5/22/2018 5:02 PM	Application	6,763 KB
Bertini_License	5/22/2018 5:02 PM	File	7 KB
🔒 BertiniUsersManual.pdf	5/22/2018 5:02 PM	Adobe Acrobat D	1,161 KB
🗟 cyggcc_s-1.dll	12/8/2016 2:45 PM	Application extens	80 KB
🚳 cyggcc_s-seh-1.dll	8/16/2019 7:41 PM	Application extens	70 KB
🗟 cyggmp-3.dll	8/16/2019 5:37 PM	Application extens	315 KB
🗟 cyggmp-10.dll	8/16/2019 7:57 PM	Application extens	528 KB
🗟 cygmpfr-4.dll	8/16/2019 6:18 PM	Application extens	346 KB
Sygwin1.dll	12/5/2016 2:57 PM	Application extens	3,183 KB
failed_paths	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB
finite_solutions	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB
📄 main_data	8/16/2019 8:45 PM	File	2 KB
📄 midpath_data	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB
nonsingular_solutions	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB
🗋 output	8/16/2019 8:45 PM	File	2 KB
📄 raw_data	8/16/2019 8:45 PM	File	5 KB
raw_solutions	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB
real_finite_solutions	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB
singular_solutions	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB
📄 start	8/16/2019 8:45 PM	File	1 KB

اینکه خروجیای که در cmd دیدید و یا خروجیای که در فایلهای خروجی ایجاد شده در پوشهٔ برتینی میتوانید ببینید چگونه تعبیر میشوند را در جلسات بعدی توضیح خواهیم داد. پس برای جلسهٔ امروز جمعبندی

زیر را داریم. جمعبندى: در جلسهٔ امروز یاد گرفتیم که:

- چگونه نرمافزار برتینی را که برنامهای رایگان است، دانلود و در ویندوز نصب کنیم.
  - چگونه برنامهٔ برتینی در ویندوز بهوسیلهٔ cmd اجرا میشود.

پیوست در مورد رفع اشکال باز کردن فایلهای با پسوند خاص و پیوست در مورد نامگذاری مناسب و درست برای فایل های قابل اجرا توسط برتینی اضافه خواهند شد. در صورت هر گونه پرسش یا مشکل پیرامون مطالب مربوط به این جلسه میتوانید پیام بفرستید.

پیروز و سربلند باشید امیر حسین صادقی منش، ۲۵ مر داد ۱۳۹۸